

Soit (U_n) la suite de matrices définie, pour tout entier naturel n , par $U_0 = \begin{pmatrix} 20 \\ 30 \\ 60 \end{pmatrix}$ et $U_{n+1} = \begin{pmatrix} 0,98 & 0 & 0 \\ 0 & 0,95 & 0 \\ 0 & 0 & 1,2 \end{pmatrix} U_n + \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ -10 \end{pmatrix}$.

1. En choisissant astucieusement les nombres réels α , β et γ , déterminer une suite de matrices (V_n) telle que $V_n = U_n - \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}$, et une matrice carrée A d'ordre 3, telle que, pour tout entier naturel n , $V_{n+1} = AV_n$.
2. Déterminer V_0 et exprimer, pour tout entier naturel n , V_n en fonction de n .
3. Exprimer alors, pour tout entier naturel n , U_n en fonction de U_0 , de n et de A .
4. En déduire U_{20} .